



## KARTA OPISU PRZEDMIOTU - SYLABUS

Nazwa przedmiotu

Matematyka stosowana [S2Bud1-BDMiK>MS]

### Przedmiot

Kierunek studiów  
Budownictwo

Rok/Semestr  
1/1

Studia w zakresie (specjalność)  
Budownictwo drogowe, mostowe i kolejowe

Profil studiów  
ogólnoakademicki

Poziom studiów  
drugiego stopnia

Język oferowanego przedmiotu  
polski

Forma studiów  
stacjonarne

Wymagalność  
obligatoryjny

### Liczba godzin

Wykład	Laboratorium	Inne (np. online)
30	0	0
Ćwiczenia	Projekty/seminaria	
15	0	

### Liczba punktów ECTS

3,00

### Koordynatorzy

prof. dr hab. inż. Mieczysław Kuczma  
mieczyslaw.kuczma@put.poznan.pl

### Wykładowcy

prof. dr hab. inż. Mieczysław Kuczma  
mieczyslaw.kuczma@put.poznan.pl  
mgr inż. Alireza Tabrizikahou  
alireza.tabrizikahou@doctorate.put.poznan.pl

### Wymagania wstępne

**WIEDZA:** Podstawowa wiedza w zakresie analizy matematycznej, teorii równań różniczkowych zwyczajnych, algebry liniowej, rachunku macierzowego i geometrii analitycznej (ze studiów I stopnia). Podstawowa wiedza z wytrzymałości materiałów i mechaniki. **UMIEJĘTNOŚCI:** Umiejętności formułowania problemów fizycznych w języku matematyki oraz rozwiązywania równań algebraicznych i równań różniczkowych, które występują w zadaniach mechaniki teoretycznej, wytrzymałości materiałów i mechaniki budowli. Obsługa stanowiska komputerowego, podstawowe umiejętności posługiwania się arkuszem kalkulacyjnym. **KOMPETENCJE SPOŁECZNE:** Świadomość konieczności poszerzania wiedzy teoretycznej w celu uzasadnienia jej stosowania w trakcie kariery zawodowej. Rozumienie konieczności ciągłego dokształcania.

## Cel przedmiotu

Nauczenie narzędzi matematycznych (rachunku tensorowego i wariacyjnego) i sposobów formułowania zagadnień brzegowych mechaniki ośrodków ciągłych i konstrukcji oraz konstytutywnego modelowania materiałów, które niezbędne są do rozwiązywania typowych zadań analizy statyczno-wytrzymałościowej podstawowych elementów konstrukcyjnych.

## Przedmiotowe efekty uczenia się

Wiedza:

Student zna pojęcie operatora liniowego (tensora), pojęcie wartości własnej i wektora własnego operatora liniowego.

Student zna pojęcia rozwiązania ogólnego i szczególnego równania różniczkowego w kontekście zadań mechaniki, np. równania belek (1D), płyt (2D), teorii sprężystości (3D).

Student ma wiedzę w zakresie praw konstytutywnych sprężystości i plastyczności materiałów.

Student rozumie specyfikę i zna metodę funkcji Airy'ego analizy zagadnień dwuwymiarowych (PSN i PSO, tarcze). Student rozumie specyfikę i zna metody analizy statycznej płyt cienkich.

Student rozumie specyfikę sprężysto-plastycznego zachowania się materiałów i zna metody analizy nośności granicznej konstrukcji prętowych.

Umiejętności:

1. Student potrafi rozwiązać zagadnienie własne dla tensora II-rzędu (naprężenia lub odkształcenia główne i ich kierunki).

Student potrafi sprawdzać spełnienie różniczkowych równań równowagi ośrodka ciągłego oraz wyznaczyć rozwiązanie ogólne i szczególne równania różniczkowe dla belki, tarczy lub płyty (liniowego II lub IV rzędu) o stałych współczynnikach.

Student potrafi obliczać składowe tensorów naprężenia lub odkształcenia wg uogólnionego prawa Hooke'a i w układach osi obróconych.

Student potrafi rozwiązywać zadania płaskiego stanu naprężenia lub odkształcenia.

Student potrafi obliczać siły wewnętrzne i przemieszczenia w sprężystych płytach.

Student potrafi obliczać nośność graniczną belek.

Kompetencje społeczne:

Potrafi pracować indywidualnie jak i w zespole.

Student ma świadomość odpowiedzialności wynikającej z dokładności uzyskanych wyników i potrafi dokonać interpretacji.

Student ma świadomość konieczności ciągłego dokształcania się i poszerzania wiedzy.

## Metody weryfikacji efektów uczenia się i kryteria oceny

Efekty uczenia się przedstawione wyżej weryfikowane są w następujący sposób:

Zaliczenie wykładów:

- zaliczenie w formie testu. Czas trwania testu 2h.

Zaliczenie ćwiczeń audytoryjnych:

- zaliczenie 2 pisemnych sprawdzianów po 45 min.

- wykonanie jednego zadania domowego (projektu),

## Treści programowe

Elementy rachunku wektorowego i tensorowego. Stan naprężenia - tensor naprężenia. Różniczkowe równania równowagi i warunki na brzegu. Naprężenia główne i kierunki główne tensora, ekstremalne naprężenia styczne. Opis ruchu, zapis Lagrange'a i zapis Eulera. Stan odkształcenia - tensor odkształcenia. Równania zgodności odkształceń. Równania konstytutywne sprężystości (prawo Hooke'a). Elementy rachunku wariacyjnego: funkcjonał, potencjał, pochodna funkcjonału, równanie Eulera-Lagrange'a. Twierdzenie o minimum energii potencjalnej. Równanie pracy wirtualnej. Równania Lamé'go. Równania Beltrami-Michella. Zagadnienia dwuwymiarowe. Płaski stan naprężenia. Płaski stan odkształcenia. Funkcja naprężeń Airy'ego. Płaskie zadania we współrzędnych biegunowych. Metody i przykłady obliczeń zadań brzegowych. Zadanie Boussinesqa i zadanie Flamanta. Podstawy teorii płyt cienkich. Założenia i wyprowadzenie równań. Siły wewnętrzne w płytach. Płyty prostokątne. Płyty kołowe obciążone osiowo-symetrycznie. Przykłady obliczania sił wewnętrznych i przemieszczeń w płytach. Związki konstytutywne plastyczności. Warunki plastyczności Treski, Hubera-Misesa-Hencky'ego.

Podstawowe założenia, twierdzenia i metody teorii nośności granicznej konstrukcji. Przykłady obliczeń nośności granicznej belek.

## Metody dydaktyczne

Wykład – wykład tradycyjny („kreda i dyskusja”), czasami z prezentacjami wspomaganymi komputerowo. Ćwiczenia audytoryjne – omawianie i rozwiązywanie zadań i jednego projektu.

## Literatura

Podstawowa

1. Brunarski L., Kwiecinski M.: Wstęp do teorii sprężystości i plastyczności, Wyd. PW, Warszawa 1976.
2. Brunarski L., Górecki B., Runkiewicz L.: Zbiór zadań z teorii sprężystości i plastyczności, Wyd. PW, Warszawa 1976.
3. Gawęcki A.: Mechanika materiałów i konstrukcji prętowych, Tom I+II, Wyd. PP, Poznań 1998.
4. Kącki E., Siewierski L.: Wybrane działy matematyki wyższej z ćwiczeniami. PWN, Warszawa 1979.

Uzupełniająca

1. Itskov M.: Tensor Algebra and Tensor Analysis for Engineers with Applications to Continuum Mechanics, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 2007.
2. Mang H.A.: Hofstetter G.: Festigkeitslehre, Springer Vieweg 2018.
3. Mase G.E.: Theory and problems of continuum mechanics, Mc-Graw Hill , New York 1970.
4. Nowacki W.: Teoria sprężystości, PWN, Warszawa 1970.

## Bilans nakładu pracy przeciętnego studenta

	Godzin	ECTS
Łączny nakład pracy	90	3,00
Zajęcia wymagające bezpośredniego kontaktu z nauczycielem	45	1,50
Praca własna studenta (studia literaturowe, przygotowanie do zajęć laboratoryjnych/ćwiczeń, przygotowanie do kolokwium/egzaminu, wykonanie projektu)	45	1,50